

Séquence 1 – Divisibilité et nombres premiers

A la fin de cette séquence, je dois savoir :	Cours	Exercices	Je m'évalue
- Connaître et utiliser les critères de divisibilité	II	5	
- Connaître et utiliser le vocabulaire sur les multiples et les diviseurs.	I	1 à 4	
- Déterminer la liste des nombres premiers inférieurs à 100.	III	6 et 7	
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers.	IV	8 et 9	
- Résoudre des problèmes d'arithmétique	Tout	10	

I- Division euclidienne, multiples et diviseurs

Définition : Division euclidienne

Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre a (le **dividende**) par un nombre b (le **diviseur**), différent de 0, c'est trouver deux nombres entiers : le **quotient** q et le **reste** r , tels que :

$$a = q \times b + r, \text{ avec } r < b.$$

Exemple : Division euclidienne de 185 par 7.

185	7	
-14	26	$185 = 26 \times 7 + 3$
45		
-42		
3		

Définition : Multiple et diviseur

Lorsque le reste de la division euclidienne d'un nombre a par un nombre b est 0, on dit que :

- b est un diviseur de a
- a est multiple de b
- a est divisible par b .

Exemples :

48 est un multiple de 12 car : $48 = 4 \times 12 + 0$

0 est multiple de tout nombre entier.

II- Critères de divisibilité

Propriétés : Un nombre est divisible :

- **Par 2** : lorsque son chiffre des unités est pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8).
- **Par 5** : lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5.
- **Par 10** : lorsque son chiffre des unités est 0.
- **Par 3** : lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- **Par 9** : lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- **Par 4** : lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple : 2160

- 2160 est divisible par 2, 5 et 10 : son chiffre des unités est 0.
- 2160 est divisible par 3 et 9 : $2+1+6+0 = 9$ et 9 est divisible par 3 et 9.
- 2160 est divisible par 4 : $60 = 4 \times 15$, donc divisible par 4.

III- Nombres premiers

Définition :

Un nombre premier est un nombre entier qui possède **exactement** deux diviseurs : 1 et lui-même.

Remarques :

- Le nombre 1 n'est pas premier, il possède un seul diviseur.
- Le nombre 2 est le seul nombre premier pair.
- Il existe une infinité de nombres premiers.

Exemples :

- 13 est un nombre premier, il ne possède que deux diviseurs : 1 et 13.
- 8 n'est pas un nombre premier, il possède 4 diviseurs : 1 ; 2 ; 4 et 8.

A connaître : Les nombres premiers jusqu'à 30.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

IV- Décomposition en facteurs premiers

Théorème :

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Méthode : Décomposons 180 en facteurs premiers :

180	2	- On regarde d'abord si 180 est divisible par le premier nombre premier (2). Il l'est donc on le divise par 2. On obtient 90.
90	2	- On recommence avec 90 et on obtient 45.
45	3	- On recommence avec 45. Il n'est pas divisible par 2. On regarde donc pour le nombre premier suivant 3. Il est divisible par 3, on obtient 15.
15	3	- On recommence avec 15. Il n'est pas divisible par 2, mais il l'est par 3. On obtient 5.
5	5	- 5 n'est pas divisible par 2, on passe donc à 3. 5 n'est pas divisible par 3, on passe donc au nombre premier suivant : 5. 5 est divisible par 5, on obtient 1.
1		- Lorsque l'on arrive à 1, la décomposition est finie. On peut donc écrire le résultat sous la forme suivante : $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$.

Décomposons 160 de la même façon :

160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

On obtient : **$160 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$**

Application pour la simplification de fractions :

Simplifions la fraction : $\frac{180}{160}$

$$\frac{180}{160} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} = \frac{9}{8}$$